MOCK TEST QUESTION SET – 1

MATHEMATICS

CLASS – XII
FULL MARKS – 100
PASS MARKS – 33
TIME – 3 HOURS.

All question are compulsory.
सभी प्रश्न अनिवार्य है।
Candidates are required to write the code and the question number with every answer.
परीक्षार्थी प्रत्येक उत्तर के साथ खण्ड कोड एवं प्रश्न संख्या अवश्य लिखें।

General Instruction

The question paper consists of 29 questions divided into three sections – A,B and C. Section A comprises of 10 questions of 1 mark each, Section N comprises of 12 questions of 4 marks each and Section C comprises of 7 questions of 6 marks each.
इस प्रश्न–पत्र में 29 प्रश्न हैं, जो तीन खण्डों– अ, ब और स में बँटे हुए हैं। खण्ड– अ में 10 प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक 1 अंक का है, खण्ड– ब में 12 प्रश्न हैं जिनमें प्रत्येक 4 अंक का है तथा खण्ड– स में 7 प्रश्न हैं जिनमें प्रत्येक 6 अंक के है।

Section – A (खण्ड– अ)

1) If (यदि) $f: R \to R$ defined by (परिभाषित है) $f(x) = (3-x^3)^{\frac{1}{3}}$, show that (साबित कीजिए) $f.f(x) = x$

2) Find the value of (मान ज्ञात कीजिए) : $\sin^{-1}(\sin\frac{2\pi}{3})$

3) Construct a 3 X 2 matrix whose (i, j)th element (एक 3 X 2 आव्यूह की रचना कीजिए जिसका (i, j) वाँ अवयव) aij=2i – j .

4) If (यदि) $2\begin{bmatrix} x & 5 \\ 7 & y-3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & 14 \\ 15 & 14 \end{bmatrix}$
Find the values of x and y. (x और y का मान ज्ञात कीजिए)

5) Without expanding, evaluate (विस्तार किए बिना मान ज्ञात कीजिए) : $\begin{vmatrix} 1 & 4 & 5 \\ -2 & 3 & 1 \\ 3 & -1 & 2 \end{vmatrix}$

6) Show that the function $f(x) = x^3 - 6x^2 + 12x - 18$ is an increasing function on R.
(दिखाए कि फलन $f(x) = x^3 - 6x^2 + 12x - 18$ एक क्रम वृद्धिमान फलन है, जहाँ $x \in R$)

7) Evaluate (मान ज्ञात कीजिए) :
$\int \sqrt{1+\cos 2x}\ dx$

8) Find the projection of $\vec{a} = 2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$ on $\vec{b} = \hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$.
($\vec{a} = 2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$ का प्रक्षेप $\vec{b} = \hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$ पर ज्ञात कीजिए)

9) Find the unit vector perpendicular to both $\vec{a} = 4\hat{i} - \hat{j} + 3\hat{k}$ and $\vec{b} = 2\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}$.
(एक इकाई सदिश ज्ञात कीजिए जो दोनों ही सदिश $\vec{a} = 4\hat{i} - \hat{j} + 3\hat{k}$ तथा $\vec{b} = 2\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}$ के साथ लम्ब हो।)

10) Find the direction cosines of the normal to the plane $2x-3y+z=4$.
(सममतल $2x-3y+z=4$ की लम्ब का कॉस दिशा ज्ञात कीजिए)

Section B (खण्ड – ब)

11) Show that the relation R defined on the set $A=\{1,2,3,4,5\}$, given by $R=\{(a,b):|a-b|\,is\,even\}$ is an equivalence relation.
(सिद्ध कीजिए कि समुच्चय $A=\{1,2,3,4,5\}$ पर संबंध $R=\{(a,b):|a-b|$ एक सम संख्या है $\}$ एक तुल्यता संबंध है।)

12) Prove that (सिद्ध कीजिए)
$\cot^{-1}7+\cot^{-1}8+\cot^{-1}18=\cot^{-1}3$

13) Prove that (सिद्ध कीजिए)
$$\begin{vmatrix} a+b+2c & a & b \\ c & b+c+2a & b \\ c & a & c+a+2b \end{vmatrix}=2(a+b+c)^3$$

14) For what value of λ , the function defined by
$$f(x)=\begin{cases}\lambda(x^2-2) & ; \ x\le 0 \\ 4x+1 & ; \ x>0\end{cases}$$
Is continuous at x=0 ?
(λ के किस मान के लिए
$$f(x)=\begin{cases}\lambda(x^2-2) & ; \ x\le 0 \\ 4x+1 & ; \ x>0\end{cases}$$
द्वारा परिभाषित फलन x=0 पर संतत है ?)

15) Differentiate the following functions with respect to x (निम्नलिखित फलनों का अवकलन ज्ञात कीजिए) :

(i) $\dfrac{x\sin x}{1+x}$ (ii) x^x

(iii) $\sin\{\cos(\log x)\}$ (iv) $\tan^{-1}\dfrac{2x}{1+x^2}$

16) Find the maximum value of the function $f(x)=41+24x-18x^2$.
(फलन $f(x)=41+24x-18x^2$ का सर्वोच्च मान ज्ञात कीजिए।)

17) Evaluate (मान ज्ञात कीजिए) :
$$\int\frac{1+\cot x}{x+\log\sin x}\,dx$$

18) Evaluate (मान ज्ञात कीजिए) :
$$\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{1}{1+\sqrt{\tan x}}\,dx .$$

19) Evaluate (मान ज्ञात कीजिए)
$\int_0^1(2x+3)dx$ as a limit of a sum (योग के सीमा द्वारा)

OR (अथवा)

Prove that (सिद्ध कीजिए)
$$\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{\sin x-\cos x}{1+\sin x\cos x}\,dx=0$$

20) If (यदि) $\vec{a} = 2\hat{i} - 3\hat{j} + 4\hat{k}$ and (तथा) $\vec{b} = \hat{i} + 7\hat{j} - \hat{k}$ then find the following (तो निम्नलिखितों को ज्ञात कीजिए) :-

(i) $|\vec{a}|$ (ii) $|\vec{b}|$

(iii) $\vec{a}.\vec{b}$ (iv) $\vec{a} \times \vec{b}$

21) Find the direction cosines of the sides of a triangle whose verticals are (एक त्रिभुज की भुजाओं की दिक्–कोसाइन ज्ञात कीजिए यदि त्रिभुज के शीर्ष बिंदु) $(3,5,-4)$, $(-1,1,2)$ and (तथा) $(-5,-5,-2)$.

OR (अथवा)

Prove that the straight lines $\frac{x+3}{-3} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-5}{5}$ and $\frac{x+1}{-1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-5}{5}$ are coplanar.

(दर्शाइए कि रेखाएँ $\frac{x+3}{-3} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-5}{5}$ तथा $\frac{x+1}{-1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-5}{5}$ सह–तलीय हैं।)

22) There are two children in a family. If it is known that at least one of them is a boy then find the probability that both the children are boys.
(एक परिवार में दो बच्चे हैं। यदि यह ज्ञात हो कि बच्चों में से कम से कम एक बच्च लड़का है, तो दोनों बच्चों के लड़का होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।)

OR (अथवा)

If E and F be events such that $P(E) = 0.6$, $P(F) = 0.3$ and $P(E \cap F) = 0.2$ then find $P(E/F)$ and $P(F/E)$.
(यदि E और F इस प्रकार की घटनाएँ हैं कि $P(E) = 0.6$, $P(F) = 0.3$ तथा $P(E \cap F) = 0.2$, तो $P(E/F)$ और $P(F/E)$ ज्ञात कीजिए।)

Section – C (खण्ड – स)

23) Solve by matrix method, the equations (आव्यूह विधि से निम्नलिखित समीकरणों का हल कीजिए।) :

$x - y + z = 4$

$x - 2y - 2z = 9$

$2x + y + 3z = 1$

OR (अथवा)

Show that the matrix $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$

satisfy the equation $A^2 - 4A - 5I = 0$ and hence find A^{-1} .

(सिद्ध कीजिए कि आव्यूह $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$

समीकरण $A^2 - 4A - 5I = 0$ को संतुष्ट करनी है तथा इसकी सहायता से A^{-1} ज्ञात कीजिए।)

24) Find the intervals on which the function $f(x) = x^3 + 2x^2 - 1$ is (a) increasing (b) decreasing.
(वह अंतराल ज्ञात कीजिए जहाँ फलन $f(x) = x^3 + 2x^2 - 1$ (a) निरंतर वर्धमान है, (b) निरंतर ह्रासमान है।)

OR (अथवा)

Find the points on the curve $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{25} = 1$, where the tangents are parallel to (i) x – axis (ii) y – axis.

(वक्र $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{25} = 1$ पर उन बिंदुओं को ज्ञात कीजिए जिन पर स्पर्श रेखाए (i) x – अक्ष के समांतर हों

(ii) y – अक्ष के समांतर हों।)

25) Find the area of the region bounded by the curve $x^2 = 4y$ and the line $x = 4y - 2$.
(वक्र $x^2 = 4y$ एवं सरल रेखा $x = 4y - 2$ से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।)

26) Find the curve passing through the point (1, -1) and which satisfies the differential equation
$xy\dfrac{dy}{dx} = (x+2)(y+2)$.
(अवकलन समीकरण $xy\dfrac{dy}{dx} = (x+2)(y+2)$ के लिए बिंदु (1, -1) से गुजरने वाला वक्र ज्ञात कीजिए।)

27) Consider the equations of the straight lines given by –
$L_1 : \vec{r} = \hat{i} + \hat{j} + \lambda(2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k})$
$L_2 : \vec{r} = 2\hat{i} + \hat{j} - \hat{k} + \mu(3\hat{i} - 5\hat{j} + 2\hat{k})$
If $\overrightarrow{a_1} = \hat{i} + \hat{j}$, $\overrightarrow{b_1} = 2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$, $\overrightarrow{a_2} = 2\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}$, $\overrightarrow{b_2} = 3\hat{i} - 5\hat{j} + 2\hat{k}$
Then find
(i) $\overrightarrow{a_2} - \overrightarrow{a_1}$ (ii) $\overrightarrow{b_2} - \overrightarrow{b_1}$ (iii) $\overrightarrow{a_1} \times \overrightarrow{a_2}$ (iv) $\overrightarrow{b_1} \times \overrightarrow{b_2}$ (v) $\left|\overrightarrow{a_1} \times \overrightarrow{a_2}\right|, \left|\overrightarrow{b_1} \times \overrightarrow{b_2}\right|$ and
(vi) the shortest distance between L_1 and L_2.
(निम्नलिखित सरल रेखाओं के समीकरण पर विचार कीजिए :
$L_1 : \vec{r} = \hat{i} + \hat{j} + \lambda(2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k})$
$L_2 : \vec{r} = 2\hat{i} + \hat{j} - \hat{k} + \mu(3\hat{i} - 5\hat{j} + 2\hat{k})$
यदि $\overrightarrow{a_1} = \hat{i} + \hat{j}$, $\overrightarrow{b_1} = 2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$, $\overrightarrow{a_2} = 2\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}$, $\overrightarrow{b_2} = 3\hat{i} - 5\hat{j} + 2\hat{k}$
तो ज्ञात कीजिए –
(i) $\overrightarrow{a_2} - \overrightarrow{a_1}$ (ii) $\overrightarrow{b_2} - \overrightarrow{b_1}$ (iii) $\overrightarrow{a_1} \times \overrightarrow{a_2}$ (iv) $\overrightarrow{b_1} \times \overrightarrow{b_2}$ (v) $\left|\overrightarrow{a_1} \times \overrightarrow{a_2}\right|, \left|\overrightarrow{b_1} \times \overrightarrow{b_2}\right|$ and
(vi) L_1 और L_2 के बीच की न्यूनतम दूरी।)

28) A card from a full pack of 52 is lost.
Let, E_1 : the lost card is of spade,
E_2 : the lost card is of club,
E_3 : the lost card is of diamond,
and E_4 : the lost card is of heart.
Now from the remaining cards, two cards are drawn. Let E be the event that two drawn cards are of spades. Find –
(i) $P(E_1)$ (ii) $P(E/E_1)$ (iii) $P(E/E_2)$ (iv) $P(E/E_3)$ (v) $P(E/E_4)$ (vi) $P(E_1/E)$
(52 पत्तियों का एक सम्पूर्ण पैकेट से एक पत्ता खो जाता है।
माना कि E_1 : खोया हुआ पत्ता हुकुम का है
E_2 : खोया हुआ पत्ता चिड़िया का है
E_3 : खोया हुआ पत्ता ईट का है
और E_4 : खोया हुआ पत्ता दील का है
अब पैकेट के बची हुई पत्तीयों में से दो पत्ता खींचा गया। यदि यह पत्तीयाँ हुकुम का होने का घटना E है, तो ज्ञात कीजिए –
(i) $P(E_1)$ (ii) $P(E/E_1)$ (iii) $P(E/E_2)$ (iv) $P(E/E_3)$ (v) $P(E/E_4)$ (vi) $P(E_1/E)$)

29) Solve graphically (ग्राफीय विधि से हल करें) –
Maximum (सर्वोच्च मान) : $z = 4x + 3y$
Subject to (जबकि) $x + y \le 800$
$2x + y \le 1000$
$x \le 400$
$y \le 700$
and (तथा) $x, y \ge 0$